

УДК 629.11-52

Александров Е.Е., Александрова Т.Е., Галушка Ю.В., Костяник И.В., Олиарник Б.А.,  
Слюсаренко Ю.А.**ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ  
ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ СО СТУПЕНЧАТОЙ ТРАНСМИССИЕЙ**

Постановка задачи. В гусеничных машинах с бортовыми коробками передач поворот машины в соответствующую сторону осуществляется путем перехода на смежную пониженную передачу по отстающему борту. В процессе движения машины по пересеченной местности водителю приходится непрерывно манипулировать рычагами переключения передач, устанавливая необходимые номера передач в бортовых коробках. Такие манипуляции приводят к повышенным психофизическим нагрузкам на водителя и его быстрой утомляемости. В этой связи на машину предлагается устанавливать полуавтоматическую систему управления поворотом, содержащую вместо рычагов переключения передач штурвал управления поворотом, являющийся задатчиком направления движения, а переключение передач в бортовых коробках передач осуществляется автоматически в соответствии с выбранным алгоритмом. Настоящая работа посвящена выбору констант алгоритма управления движением.

Алгоритм управления движением. В работе [1] разработана имитационная модель криволинейного движения гусеничной машины со ступенчатой коробкой передач. Эта модель определяет с помощью кинематических соотношений (22), (23) и (24) скорость движения центра масс машины  $V(t)$ , угловую скорость поворота корпуса  $\dot{\psi}(t)$  и скорость бокового смещения центра масс корпуса  $\dot{y}(t)$  при движении машины по пересеченной местности. Не ограничивая общности, рассмотрим управление заданным направлением движения гусеничной машины. Предположим, что алгоритм управления реализуется с помощью бортовой цифровой вычислительной машины с периодом квантования  $T_0$ , а управляющая функция формируется в виде

$$\sigma[nT_0] = k_{\psi}\psi[nT_0] + k_y y[nT_0]. \quad (1)$$

Управляющее  $\delta^j[nT_0]$  формируется в соответствии со статической характеристикой, приведенной на рис. 1.

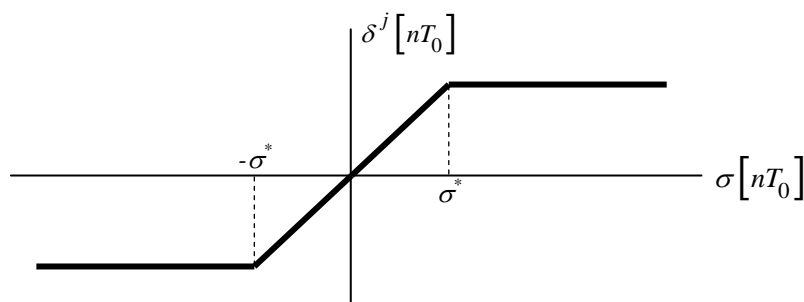


Рисунок 1 – Статическая характеристика зависимости управляющего воздействия от управляющей релейной функции

Если  $|\sigma[nT_0]| \geq \sigma^*$ , то алгоритм управления ступенчатой трансмиссией гусеничной машины записывается в виде:

$$\begin{aligned} \sigma[nT_0] \geq \sigma^*, \quad \delta^j[nT_0] &= i_F^j - i_E^{j-1}; \\ \sigma[nT_0] \leq -\sigma^*, \quad \delta^j[nT_0] &= i_F^{j-1} - i_E^j, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $i_F^j, i_E^j$  – передаточные отношения бортовых коробок передач гусеничной машины по правому и левому бортам при включенной  $j$ -той передаче.

Если  $|\sigma[nT_0]| < \sigma^*$ , то алгоритм управления ступенчатой трансмиссией строится по принципу широтно-импульсной модуляции. Выбирается период модуляции  $T$ , связанный с периодом квантования  $T_0$  соотношением

$$T = NT_0,$$

а также определяется скважность импульса управления

$$\gamma = \frac{|\sigma[nT_0]|}{\sigma^*}.$$

Алгоритм управления при этом записывается в виде

$$\begin{aligned} \sigma[nT_0] \geq 0, \quad \delta^j[sT_0] &\begin{cases} \delta^j[sT_0] = i_F^j - i_E^{j-1} & \text{if } \sum_{s=0} sT_0 < \gamma T; \\ \delta^j[sT_0] = 0 & \text{if } \sum_{s=0} sT_0 \geq \gamma T; \end{cases} \\ \sigma[nT_0] < 0, \quad \delta^j[sT_0] &\begin{cases} \delta^j[sT_0] = i_F^{j-1} - i_E^j & \text{if } \sum_{s=0} sT_0 < \gamma T; \\ \delta^j[sT_0] = 0 & \text{if } \sum_{s=0} sT_0 \geq \gamma T. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Логические зависимости (2) и (3) образуют единый алгоритм управления движением гусеничной машины с помощью перехода на пониженную передачу по отставшему борту машины.

Алгоритм отыскания угла отклонения гусеничной машины от заданного направления и величины бокового увода центра масс. Для отыскания угла отклонения связанной с объектом продольной оси относительно заданного направления движения обычно используется гироскопический датчик угла. Однако использование такого датчика в системах управления движением вездеходных гусеничных машин весьма проблематично вследствие:

– высокой стоимости гироскопических датчиков углов на основе трехстепенного гироскопа;

– длительной работы датчика на качающемся основании, представляющем собой подрессоренную часть корпуса гусеничной машины, в условиях вибраций, что приводит к снижению точности измерения.

Развитие вычислительной техники и систем управления с бортовыми вычислительными машинами привело к созданию бесплатформенных инерциальных систем, содержащих в качестве чувствительных элементов гироскопические датчики угловой скорости, измеряющие угловые скорости подрессоренной части корпуса относительно связанных осей:  $\omega_x(t)$  – относительно продольной оси  $OX$ ;  $\omega_y(t)$  – относительно поперечной оси  $OY$ ;  $\omega_z(t)$  – относительно вертикальной оси  $OZ$ . Тогда угол отклонения продольной оси машины относительно заданного направления может быть вычислен по формуле [2]

$$\psi[nT_0] = \arctg \frac{2\{\lambda_0[nT_0]\lambda_3[nT_0] + \lambda_1[nT_0]\lambda_2[nT_0]\}}{\lambda_0^2[nT_0] + 2\lambda_1^2[nT_0] - 1}, \quad (4)$$

где  $\lambda_0[nT_0]$ ,  $\lambda_1[nT_0]$ ,  $\lambda_2[nT_0]$ ,  $\lambda_3[nT_0]$  – параметры Родрига-Гамильтона, удовлетворяющие системе разностных уравнений

$$\begin{aligned} \lambda_0[(n+1)T_0] &= \lambda_0[nT_0] - \frac{T_0}{2} \{ \omega_x[nT_0]\lambda_1[nT_0] + \omega_y[nT_0]\lambda_2[nT_0] + \omega_z[nT_0]\lambda_3[nT_0] \}; \\ \lambda_1[(n+1)T_0] &= \lambda_1[nT_0] + \frac{T_0}{2} \{ \omega_x[nT_0]\lambda_0[nT_0] - \omega_y[nT_0]\lambda_3[nT_0] + \omega_z[nT_0]\lambda_2[nT_0] \}; \\ \lambda_2[(n+1)T_0] &= \lambda_2[nT_0] + \frac{T_0}{2} \{ \omega_x[nT_0]\lambda_3[nT_0] + \omega_y[nT_0]\lambda_0[nT_0] - \omega_z[nT_0]\lambda_1[nT_0] \}; \\ \lambda_3[(n+1)T_0] &= \lambda_3[nT_0] + \frac{T_0}{2} \{ -\omega_x[nT_0]\lambda_2[nT_0] + \omega_y[nT_0]\lambda_1[nT_0] + \omega_z[nT_0]\lambda_0[nT_0] \} \end{aligned} \quad (5)$$

с начальными условиями  $\lambda_0[0] = 1$ ;  $\lambda_1[0] = \lambda_2[0] = \lambda_3[0] = 0$ .

Перейдем к рассмотрению алгоритма вычисления бокового смещения центра масс гусеничной машины от заданного направления движения. В качестве датчиков на машине установим акселерометры, оси чувствительности которых направлены по собственным осям машины. Акселерометры предоставляют информацию о кажущейся скорости по собственным осям машины  $\Delta V_x[nT_0]$ ,  $\Delta V_y[nT_0]$  и  $\Delta V_z[nT_0]$ . Тогда, в соответствии с работой [2], алгоритм вычисления проекции скорости бокового увода центра масс машины на ось  $OY$  неподвижной системы координат записывается в виде

$$\begin{aligned} W_y[(n+1)T_0] &= W_y[nT_0] + \{ \lambda_0^2[nT_0] - 1 \} \Delta V_y[nT_0] + \\ &+ 2\lambda_0[nT_0] \{ \lambda_3[nT_0] \Delta V_x[nT_0] - \lambda_1[nT_0] \Delta V_y[nT_0] \} + \\ &+ 2\lambda_2[nT_0] \{ \lambda_1[nT_0] \Delta V_x[nT_0] + \lambda_2[nT_0] \Delta V_y[nT_0] + \lambda_3[nT_0] \Delta V_z[nT_0] \}. \end{aligned} \quad (6)$$

Величина бокового увода центра масс машины определяется суммированием решетчатой функции  $W_y[nT_0]$ :

$$y[nT_0] = \sum_{k=0}^n W_y[kT_0]. \quad (7)$$

Параметрический синтез алгоритма управления движением. Задачу параметрического синтеза алгоритма управления движением гусеничной машины сформируем следующим образом: требуется отыскать значения констант  $k_\psi$  и  $k_y$  управляющей функции (1) таких, чтобы на движениях имитационной модели криволинейного движения гусеничной машины, приведенной в [1], при реализации алгоритмов (1)-(7) достигал минимума интегральный квадратичный функционал

$$I = \int_0^T [\bar{\beta}_1^2 \psi^2(t) + \bar{\beta}_2^2 y^2(t)] dt, \quad (8)$$

где  $\bar{\beta}_1^2$ ,  $\bar{\beta}_2^2$  – весовые коэффициенты, подлежащие выбору.

Введем обозначения

$$\bar{I}_1(k) = \int_0^T [\psi^2(t)] dt; \quad \bar{I}_2(k) = \int_0^T [y^2(t)] dt, \quad (9)$$

где  $k = [k_\psi, k_y]^T$  – вектор варьируемых констант алгоритма управления. Тогда функционал (8) представим в виде

$$I(k, \bar{\beta}) = \bar{\beta}_1^2 \bar{I}_1(k) + \bar{\beta}_2^2 \bar{I}_2(k), \quad (10)$$

где  $\bar{\beta} = [\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2]^T$  – вектор весовых коэффициентов.

Каждый из функционалов (9) имеет собственную размерность, следовательно и весовые коэффициенты  $\bar{\beta}_1$  и  $\bar{\beta}_2$  должны иметь собственные размерности. Положим

$$\bar{\beta}_1 = \frac{\beta_1}{\psi_{\max}}; \quad \bar{\beta}_2 = \frac{\beta_2}{y_{\max}},$$

где  $\psi_{\max}$ ,  $y_{\max}$  – максимально допустимые значения соответствующих переменных. Тогда, с учетом обозначений

$$I_1(k) = \frac{\bar{I}_1(k)}{\psi_{\max}^2}; \quad I_2(k) = \frac{\bar{I}_2(k)}{y_{\max}^2},$$

функционал (10) принимает вид

$$I(k, \beta) = \beta_1^2 I_1(k) + \beta_2^2 I_2(k). \quad (11)$$

В соотношении (11) величины  $I(k, \beta)$ ,  $\beta_i$ ,  $I_1(k)$ ,  $I_2(k)$  безразмерны.

Минимизация функционала (11) по параметрам  $k_\psi$  и  $k_y$  при заданных значениях весовых коэффициентов  $\beta_1$  и  $\beta_2$  не вызывает затруднений. В то же время попытка минимизации функционала (11) по векторам  $k$  и  $\beta$  без ограничений на компоненты вектора  $\beta$  приводит к тривиальному решению  $\beta_1 = \beta_2 = 0$ , при котором функционал (11) обращается в нуль. В этой связи на компоненты вектора  $\beta$  наложены ограничения [3]

$$\beta_1 + \beta_2 = 1. \quad (12)$$

Обозначим через  $I_1^*$  и  $I_2^*$  минимальные значения функционалов  $I_1(k)$  и  $I_2(k)$ , которые получаются при минимизации только одного из функционалов. Тогда при фиксированном векторе  $\beta$  минимально возможное значение функционала (11) составляет

$$I(\beta) = \beta_1^2 I_1^* + \beta_2^2 I_2^*. \quad (13)$$

Отыщем минимум функционала (13) при ограничении (12). Для решения этой задачи на условный экстремум составим функцию Лагранжа

$$F(\beta) = \beta_1^2 I_1^* + \beta_2^2 I_2^* + \lambda \cdot (1 - \beta_1 - \beta_2) \quad (14)$$

и запишем условия минимума функции (14)

$$\frac{\partial F(\beta)}{\partial \beta_1} = 2\beta_1 I_1^* - \lambda = 0; \quad (15)$$

$$\frac{\partial F(\beta)}{\partial \beta_2} = 2\beta_2 I_2^* - \lambda = 0. \quad (16)$$

Из уравнений (15) и (16) получим

$$\beta_1 = \frac{\lambda}{2I_1^*}; \quad \beta_2 = \frac{\lambda}{2I_2^*}. \quad (17)$$

Вектор  $\beta$  с компонентами (17) доставляет минимум функции (14), поскольку гессиан

$$\frac{\partial^2 F(\beta)}{\partial \beta \partial \beta} = 2 \begin{bmatrix} I_1^* & 0 \\ 0 & I_2^* \end{bmatrix}$$

является положительно определенной матрицей.

Подставим соотношения (17) в формулу (12) и получим выражение для множителя Лагранжа

$$\lambda = \frac{2}{\frac{1}{I_1^*} + \frac{1}{I_2^*}} = \frac{2I_1^* I_2^*}{I_1^* + I_2^*}. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (17), получаем

$$\beta_1 = \frac{I_2^*}{I_1^* + I_2^*}; \quad \beta_2 = \frac{I_1^*}{I_1^* + I_2^*}. \quad (19)$$

Решая задачу поиска минимума функционалов  $I_1(k)$  и  $I_2(k)$  с помощью метода факторного эксперимента [4], получаем

$$I_1^* = 9,46; \quad I_2^* = 32,24.$$

Подставим полученные минимальные значения функционалов в формула (19). В результате получим

$$\beta_1 = 0,78; \quad \beta_2 = 0,22.$$

Положим  $\psi_{\max} = 0,5$  рад;  $y_{\max} = 35$  м. Тогда  $\bar{\beta}_1 = 1,56$  рад<sup>-1</sup>;  $\bar{\beta}_2 = 0,0063$  м<sup>-1</sup>.

В результате функционал (8) принимает вид

$$I(k) = \int_0^T [2,44\psi^2(t) + 0,00004y^2(t)] dt. \quad (20)$$

Для отыскания минимума функционала (20) построим область допустимых значений в плоскости параметров  $k_\psi, k_y$ , воспользовавшись результатами работы [5]. Эта область приведена на рис.2.

Для отыскания минимума функционала (20) на решениях замкнутой системы управления движением гусеничной машины воспользуемся методом факторного эксперимента. В результате получим оптимальные значения параметров алгоритма (1):  $k_\psi^* = -2500$  рад<sup>-1</sup>;  $k_y^* = 10$  м<sup>-1</sup>. Минимальное значение функционала (20) при этом состав-

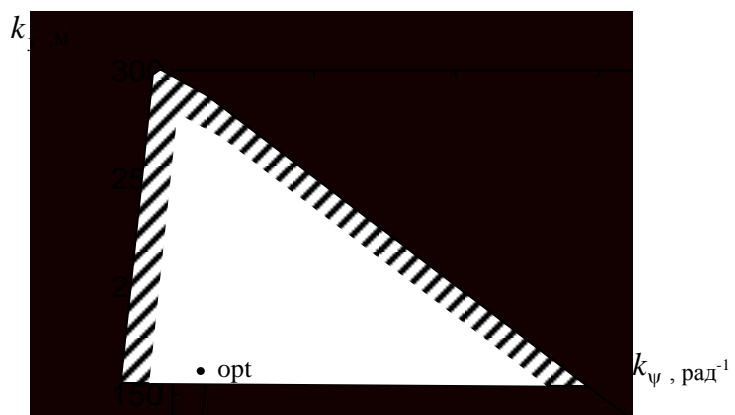


Рисунок 2 – Область допустимых значений параметров  $k_\psi, k_y$

ляет  $I(k^*) = 9,1879$ . Для сравнения укажем значения функционала (20) в некоторых точках области допустимых значений, приведенные в таблице.

Переходные процессы в замкнутой системе приведены на рис. 3.



Рисунок 3 – Переходные процессы в замкнутой системе управления

Таблица – Значения функционала (20) в точках области допустимых значений

$k_{\psi}$	$k_y$	$I(k)$
-2500	50	11,5222
-2700	70	12,8120
-2300	30	10,3170
-2500	10	9,1879
-2600	20	9,5866
-2550	5	9,8189
-2500	15	9,3489

Литература

1. Александров Е.Е., Александрова Т.Е., Галушка Ю.В. и др. Имитационная модель криволинейного движения гусеничной машины со ступенчатой трансмиссией // Інтегровані технології та енергозбереження. – №2.– 2004.

2. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. – 280 с.

3. Александрова И.Е., Александрова Т.Е. О выборе весовых коэффициентов оптимизируемого функционала в теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2001. – №1. – С. 135-137.

4. Александрова И.Е. Имитационное моделирование. – Харьков: ХГПУ, 2000. – 92 с.

5. Александрова Т.Е., Костяник И.В. Построение областей устойчивости сложных систем в плоскости варьируемых параметров // Вісник НТУ "ХПІ". Колісні та гусеничні машини спеціального призначення. – Харків: НТУ "ХПІ", – 2003. –Вип.1

УДК 629.11-52

Александров Є.Є., Александрова Т.Є., Галушка Ю.В., Костяник І.В., Оліярник Б.О., Слюсаренко Ю.О.

**ВИБІР ПАРАМЕТРІВ АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ РУХОМ ГУСЕНИЧНОЇ МАШИНИ ІЗ СТУПІНЧАСТОЮ ТРАНСМІСІЄЮ**

Розглядається задача вибору констант алгоритму керування рухом гусеничної машини із ступінчастою трансмісією, а також алгоритми обчислення куту відхилення машини від заданого напрямку, розроблений із застосуванням теорії бесплатформених інерціальних навігаційних систем. Вимоги до алгоритму керування формалізовані і подані у вигляді вимоги мінімуму інтегрального квадратичного функціоналу, а також запропонована методика вибору вагових коефіцієнтів адитивного функціоналу. За допомогою методу факторного експерименту вирішена задача параметричного синтезу алгоритму керування.